

APRENDIZAJE COOPERATIVO DE LA BASE DE REGLAS Y EL SISTEMA DE INFERENCIA MEDIANTE ALGORITMOS GENÉTICOS MULTI OBJETIVO

A.A. Márquez F.A. Márquez A. Peregrín

Dept. de Tecnologías de la Información. Universidad de Huelva 21071 – Huelva,
{amarquez, alfredo.marquez, peregrin}@dti.uhu.es

Resumen

En este trabajo se propone utilizar Algoritmos Genéticos Multiobjetivo para el aprendizaje de Sistemas Basados en Reglas Difusas Lingüísticos con un buen equilibrio entre precisión e Interpretabilidad basándose en el aprendizaje cooperativo entre los parámetros de los operadores difusos adaptativos en el Sistema de Inferencia y las reglas de la Base de Reglas a través de un mecanismo de selección. Para ello, se utilizan dos algoritmos bien conocidos como son SPEA2 y NSGA-II, de modo que se obtendrán soluciones en la zona del pareto a fin de seleccionar aquellas que mejor equilibrio tengan entre el número de reglas y la precisión en dichos sistemas.

Palabras Clave: Modelado Difuso Lingüístico, Interpretabilidad, Algoritmos Genéticos Multiobjetivo, Sistema de Inferencia Adaptativo, Selección de Reglas.

1 INTRODUCCION

La Interpretabilidad y la Precisión son dos requerimientos generalmente contradictorios en el diseño de Modelos Difusos [3]. La interpretabilidad es la capacidad de expresar el comportamiento del sistema real de una forma entendible mientras que la precisión es la capacidad de representar fielmente el comportamiento del sistema real.

Las tareas fundamentales en el diseño de Sistemas Difusos Lingüísticos para una aplicación concreta son dos: la obtención de la Base de Conocimiento (BC), y la selección de los operadores del Sistema de Inferencia y la Interfaz de Defuzzificación. Si bien la BC es el elemento fundamental que define el comportamiento del sistema, recientemente, cuando se trata de conseguir un buen

equilibrio entre precisión e interpretabilidad, la selección de los operadores ha captado una relevancia creciente. El uso de operadores adaptativos tanto en el Sistema de Inferencia [1] como en la Interfaz de Defuzzificación [10], o en ambos de modo simultáneo [16], ha demostrado ofrecer mejoras importantes en la precisión para cada aplicación. En [19] se propuso un modelo evolutivo en el que la Base de Reglas (BR) y los conectivos del Sistema de Inferencia son aprendidos de forma simultánea, buscándose la mejor precisión posible en base a un buen nivel de cooperación entre ambos elementos. Los Algoritmos Genéticos empleados en dicho trabajo se muestran como una herramienta muy adecuada para este tipo de problemas de optimización.

En este trabajo se propone en primer lugar un modelo evolutivo en el que se aprenden los parámetros correspondientes al Sistema de Inferencia Adaptativo y se le añade un mecanismo de selección de reglas [4] con objeto de obtener una base de reglas con mayor compacidad, y por tanto favoreciendo la interpretabilidad del sistema al tiempo que se optimiza la precisión. En este sentido se han utilizado dos métodos de generación inicial de la Base de Reglas como son WM[21] y el método COR[2].

En segundo lugar, se propone un modelo evolutivo basado en Algoritmos Genéticos Multiobjetivo (AGMO) [5] con objeto de optimizar al mismo tiempo dos objetivos: la precisión del sistema y el número de reglas. Se obtiene así un conjunto de soluciones con distinto equilibrio en el citado marco del compromiso entre precisión e interpretabilidad, expresada ésta última en función del número de reglas, considerándose mejor cuanto menor es el número de las mismas.

El trabajo se estructura de la siguiente forma: en la Sección 2 se describe el Sistema de Inferencia Adaptativo, sus componentes y efectos. A continuación en la Sección 3, se muestra el uso de AGMO en el problema del equilibrio entre precisión e interpretabilidad, se describen dos de los modelos más extendidos que son empleados en este trabajo SPEA2 y NSGA-II y se muestran los operadores genéticos considerados. La

Sección 4 se dedica a un estudio experimental en el que se emplean estas técnicas anteriormente descritas en dos problemas reales, y por último el trabajo termina mostrando las conclusiones al respecto del estudio desarrollado.

2 SISTEMA DE INFERENCIA ADAPTATIVO

En esta sección se describe la notación empleada para los Sistemas Basados en Reglas Difusas (SBRDs), así como la construcción del Sistema de Inferencia adaptativo utilizado.

Los SBRDs lingüísticos utilizan reglas SI - ENTONCES de la siguiente forma:

$$R_i : \text{Si } X_{i1} \text{ es } A_{i1} \text{ y } \dots \text{ y } X_{im} \text{ es } A_{im} \text{ entonces } Y \text{ es } B_i$$

con $i = 1$ hasta N reglas, siendo X_{i1} hasta X_{im} las entradas e Y la salida, y con A_{i1} hasta A_{im} y B_i los antecedentes y consecuentes respectivamente.

La expresión de la Regla Composicional de Inferencia en el modelado difuso con fuzzificación puntual es mostrada en la expresión (1), donde $\mu_{B'}$ es la función de pertenencia del consecuente inferido, $I(\cdot)$ es el operador de implicación, $C(\cdot)$ el operador de conjunción, μ_{A_i} al tratarse de fuzzificación puntual son los puntos de corte de las entradas discretas (x_1, \dots, x_n) del sistema con las funciones de pertenencia de los antecedentes de las reglas, y μ_B el consecuente de la regla.

$$\mu_{B'}(y) = I(C(\mu_{A_1}(x_1), \dots, \mu_{A_n}(x_n)), \mu_B(y)), \quad (1)$$

Por tanto, el sistema de inferencia emplea dos operadores: el de conjunción, $C(\cdot)$ para calcular el grado de emparejamiento, y el de implicación, $I(\cdot)$ para calcular el consecuente inferido.

Estos dos operadores son pues susceptibles de utilizar a priori de forma parametrizada para diseñar el Sistema de Inferencia Adaptativo, como se estudió en [1 y 15]. Sin embargo, en los citados trabajos se concluye que la influencia del operador de implicación parametrizado es menor por lo que en este trabajo se empleará el Sistema de Inferencia Adaptativo basado sólo en el operador de conjunción parametrizado.

Las t-normas son una familia de operadores generalmente utilizados en el diseño de modelos difusos, tanto para el operador de conjunción como para de implicación [14] ofreciendo buen comportamiento [9]. En [20] se encuentran varias t-normas parametrizadas de las cuales ha sido seleccionada para este trabajo la de Dubois, cuya expresión se muestra en (2), como operador de conjunción adaptativo por ser la más eficiente computacionalmente, y ofrecer un comportamiento comprendido entre la del mínimo y la del producto

algebraico en función del valor de su parámetro (con $\alpha = 0$ y $\alpha = 1$ respectivamente) que son las que mejores resultados ofrecen [8].

$$\text{Dubois} \quad T_{\text{Dubois}}(x, y, \alpha) = \frac{x \cdot y}{\text{Max}(x, y, \alpha)} \quad (2)$$

Se podrían considerar dos modelos de operador de conjunción adaptativo dependiendo de si se utiliza un único parámetro α , o distintos parámetros, α_i , uno para cada regla de la BC. Un sólo parámetro permite ajustar el comportamiento del conectivo globalmente mientras que los parámetros individuales lo hacen particularmente para cada regla de la BC. El modelo con un sólo parámetro, como es de esperar, ofrece peores resultados [1], por lo que en este trabajo se utiliza el modelo con mayor flexibilidad que dota de un parámetro para cada regla. La t-norma de Dubois actúa como la del mínimo cuando $\alpha = 0$, mientras que cuando $\alpha = 1$ lo hace como la del producto. Cuando los valores de la t-norma de Dubois están comprendidos entre 0 y 1, ésta continua comportándose como el mínimo salvo cuando todos los cruces con los antecedentes se encuentran por debajo de α , tomando valores entre el mínimo y el producto, y provocando un efecto similar al conocido mecanismo de concentración [18], que consiste en alterar el significado lingüístico de la estructura de la regla modificando el significado de la etiqueta. Por tanto, la t-norma parametrizada de Dubois conecta con el mínimo en aquellos casos en los que los cruces con los antecedentes son más significativos, mientras que los demás los lleva a cabo con un valor comprendido entre el mínimo y el producto algebraico.

3 USO DE ALGORITMOS GENÉTICOS MULTI OBJETIVO EN EL PROBLEMA DE LA INTERPRETABILIDAD-PRECISION. SPEA2 Y NSGA-II

Los AGMO generan una familia de soluciones válidas donde cada solución tiende a satisfacer varios objetivos de tal forma que unas soluciones potencian un objetivo más que a otros. Por esta razón, los AGMO han sido también aplicados para encontrar un buen balance en el problema de interpretabilidad-precisión en los SBRDs, donde cada solución en la frontera del pareto representa una opción en este equilibrio (Figura 1).

En las próximas subsecciones, en primer lugar presentaremos las bases de SPEA2 [22] y NSGA-II [11], dos de los AGMO más representativos de los pertenecientes a la segunda generación, caracterizados por utilizar el elitismo como mecanismo estándar. Posteriormente describimos el esquema de codificación y

los operadores utilizados para la implementación de los algoritmos.



Figura 1: Balance entre precisión e interpretabilidad

3.1 SPEA2

El algoritmo SPEA2 [22] (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm for multiobjective optimization*) es una de las técnicas más utilizadas en la resolución de problemas multiobjetivo. Éste se diferencia de otros AGMO en varios aspectos, entre los cuales hay dos de gran importancia:

- Incorpora una estrategia fina de asignación del *fitness* que considera, para cada individuo, el número de los individuos que domina y el número de los individuos por los cuales es dominado.
- Utiliza la técnica del vecino más cercano para la valoración de la densidad, dirigiendo la búsqueda de forma más eficiente.

Según la descripción de los autores en [22] el bucle principal de SPEA2 consta de los siguientes pasos:

Entrada: N (tamaño de la población),
 \overline{N} (tamaño de la población externa),
 T (máximo número de generaciones).
 Salida: A (conjunto de no dominados).

1. Crear la población inicial P_0 y una población externa vacía $\overline{P_0} = \emptyset$;
2. Calcular el *fitness* de los individuos de P_t y $\overline{P_t}$.
3. Copiar los no dominados de $P_t \cup \overline{P_t}$ en $\overline{P_{t+1}}$. Si $|\overline{P_{t+1}}| > \overline{N}$ se aplica el operador de truncamiento. Si $|\overline{P_{t+1}}| < \overline{N}$ se rellena con dominados de $P_t \cup \overline{P_t}$.

4. Si $t \geq T$, se devuelve A y acaba la ejecución.

5. Aplicar torneo binario con reemplazamiento en $\overline{P_{t+1}}$ hasta completar la población de padres.

6. Aplicar cruce y mutación para construir P_{t+1} . Volver al Paso 2 con $t = t + 1$.

3.2 NSGA-II

El algoritmo NSGA-II [11] es otro de los AGMO más conocidos y frecuentemente utilizados en la literatura para la resolución de problemas multiobjetivos. Como en otros algoritmos evolutivos, primeramente el NSGA-II genera una población inicial. La población descendiente se genera desde la población actual a través de la selección, el cruce y la mutación. La siguiente generación se construye desde la población actual y la descendiente hasta que se cumpla la condición de parada.

El NSGA-II posee dos características que lo hacen uno de los principales y más importantes AGMO. Una es la asignación del *fitness* basada en el *ranking* del pareto y en el operador de *crowding*, y la otra es el procedimiento de actualización de cada generación a través del elitismo.

Considerando estos dos componentes previamente definidos y las descripciones de sus autores en [11], NSGA-II consiste en los siguientes pasos:

1. Una población combinada R_t se forma con la población inicial de la Población padre P_t y la población descendiente Q_t (inicialmente vacía).
2. Generar todas las fronteras de soluciones no dominadas $F = (F_1, F_2, \dots)$ de R_t .
3. Inicializar $P_{t+1} = \emptyset$ e $i = 1$.
4. Repetir hasta que la solución padre es completada.
5. Calcular la distancia de *crowding* en F_i .
6. Incluir i -th individuos no-dominados desde la población padre.
7. Comprobar la siguiente frontera para su inclusión.
8. Ordenar en orden descendente usando el operador de *crowding* para comparar.
9. Elegir el primer $(N - |P_{t+1}|)$ elementos de F_i .
10. Aplicar cruce y mutación para crear la nueva población Q_{t+1} .
11. Incrementar el contador de generación.

3.3 ESQUEMA DE CODIFICACIÓN

En este trabajo se utiliza un esquema de codificación doble:

$$C_C + C_S$$

donde C_C codifica los parámetros del operador de conjunción y C_S a la selección de reglas.

- C_C utiliza un esquema de codificación real, siendo m parámetros α_i , uno para cada R_i de la BR. Cada uno toma valores en el intervalo $[0,1]$, es decir, entre la t-norma del mínimo y la del producto algebraico
- La parte C_S está formada por cadenas binarias de longitud m (numero inicial de reglas). Cada gen podrá tomar los valores '1' o '0' indicando si la correspondiente regla es o no seleccionada:

$$C_S = (c_{S1}, \dots, c_{Sm}) \mid c_{Si} \in \{0, 1\}$$

La población inicial se obtiene de la siguiente forma:

- En la parte C_C se les asigna a todos el valor inicial 0 para que la t-norma adaptativa de Dubois equivalga inicialmente a la t-norma del mínimo.
- Para la parte C_S , a todos los genes se les asigna el valor 1 inicialmente en todos los individuos de la población inicial.

3.4 OPERADORES DE CRUCE Y MUTACIÓN

El operador de cruce utilizado depende de la parte del cromosoma donde sea aplicado:

- En la del operador de conjunción se utiliza BLX-0.5 [13].
- En la de selección de reglas se utiliza el cruce HUX [12].

Finalmente, se generan cuatro descendientes combinando dos hijos de la parte C_S con dos hijos de la parte C_C (los dos mejores reemplazan a los padres). El operador de mutación cambia aleatoriamente el valor de un gen tanto en la parte C_S como en la parte C_C con probabilidad P_m .

4 ESTUDIO EXPERIMENTAL

Para analizar el funcionamiento del método propuesto, se ha escogido dos problemas reales correspondientes a un problema de distribución del sistema eléctrico español [6], consistente en el cálculo de los costes óptimos teóricos de la línea de media tensión en núcleos urbano, en primer lugar. En segundo lugar, se aborda un problema característico descrito en la literatura especializada, el problema de degustación del arroz [17]. Se trata de dar un valor a determinados platos de arroz según sus características (sabrosidad, apariencia, sabor, viscosidad y dureza).

Los métodos estudiados se muestran en la Tabla 1. Dos métodos de generación de la BR inicial han sido utilizados: WM [21] es utilizado como método simple para la generación de la BC inicial; y el método COR (reglas que cooperan) [2], que es un método *ad hoc* guiado por ejemplos, que proporciona conjuntos de reglas particularmente precisas dado que no selecciona la mejor regla individual en cada caso sino que prefiere aquellas que en conjunto, ofrezcan una BC con un mejor comportamiento global. Este método maneja un conjunto de etiquetas de consecuentes, uno para cada regla, obteniendo la BR como un problema de optimización combinatoria.

Tabla 1: Métodos analizados.

Ref.	Método	Descripción
[21]	WM	Wang & Mendel
[17]	COR	Método COR
[4]	WM/COR+S	Selección de Reglas
[16]	WM/COR+C	Ajuste del Sistema de Inferencia
-	WM/COR+S-C	Selección de Reglas y Ajuste
[22]	SPEA2	Algoritmo SPEA2
[11]	NSGA-II	Algoritmo NSGA-II

Los modelos llamados C y S realizan el ajuste de parámetros en la inferencia y en selección de reglas respectivamente. El modelo S-C es el que selecciona reglas y aprende el operador de conjunción simultáneamente. Todos ellos a excepción de los dos últimos de la tabla, consideran como objetivo único la precisión del modelo. Los dos restantes situados en la parte inferior de la tabla son los AGMO, SPEA2 y NSGA-II (ambos realizan selección de reglas y ajuste de parámetros con dos objetivos, precisión medido por el tradicional Error Cuadrático Medio (ECM), e interpretabilidad en base al número de reglas).

Las particiones lingüísticas consideradas tendrán términos lingüísticos con forma triangular y con el número con el que los métodos presentan el mejor comportamiento). Se utiliza el centro de gravedad ponderado por el grado de emparejamiento como operador de defuzzificación y la t-norma del mínimo como operador de implicación. Los valores de los parámetros utilizados en todos los experimentos presentados son: 200 de longitud de la población, 61 de longitud de la población externa (para el caso del algoritmo SPEA2) y 200 de longitud de la población, 200 de longitud de la descendiente (para el caso del NSGA-II), 1000 generaciones y 0.2 como probabilidad de mutación por cromosoma.

4.1 DESCRIPCIÓN DE LOS PROBLEMAS

Estimar los costos de mantenimiento de la red eléctrica de media tensión de una ciudad [6] es un problema complejo

pero interesante, dado que es difícil obtener una medición real y por ello la consideración de modelos resulta muy útil, ya que estas estimaciones permiten a las compañías eléctricas justificar sus gastos. Además, el modelo obtenido debe poder explicar cómo se calcula un valor específico para una determinada ciudad. El objetivo pues será el de relacionar el costo de mantenimiento con cuatro características: suma de las longitudes de todas las calles de la ciudad, área total de la ciudad, área ocupada por edificios, y energía suministrada a la ciudad. Para ello se dispone de estimaciones de costos de mantenimiento basadas en un modelo de una red eléctrica óptima para cada ciudad, en una muestra de 1.059 ciudades. El dominio de las variables de entrada y salida fue dividido en cinco etiquetas {MP, P, M, G, MG}.

Utilizamos una BR con 65 reglas lingüísticas obtenidas con el método de WM [21] y 65 por el método COR[2] desde un conjunto de datos de entrenamiento con el 80% de los datos disponibles, es decir, 847 de las 1059 ciudades, tomados de modo aleatorio. Se ha utilizado un modelo de validación cruzada con 5 particiones de datos, esto es, 5 particiones aleatorias al 20% (4 de ellas con 212 ejemplos y una con 211), y la combinación de cuatro particiones (80%) como entrenamiento y la partición restante (20%) como test. Así se tienen 5 particiones en 80% y 20% en entrenamiento y test respectivamente.

En cuanto al problema de degustación del arroz, se realiza una calificación del sabor del arroz llevando a cabo una evaluación subjetiva llamada test sensorial. En este test, un grupo de expertos, generalmente compuesto por 24 personas, evalúan el arroz acorde aun conjunto de características asociadas a él.

Debido a la cantidad de variables relevantes, el problema del análisis del sabor en el arroz se vuelve bastante complejo, requiriendo así el diseño de un modelo que represente las relaciones existentes no lineales. En el presente trabajo se ha utilizado el conjunto de datos representado en [17]. Dicho conjunto está compuesto por 105 tablas de datos conteniendo la evaluación subjetiva de seis variables (las cinco mencionadas y la estimación global de la clase de arroz), realizada por expertos sobre los tipos distintos de arroz cultivados en Japón (por ejemplo, Sasanishiki, Akita-Komachi, etc.).

Las seis variables se han normalizado, tomando así valores en un intervalo real. Debido al pequeño número de ejemplos que se han utilizado, existe un alto riesgo de sesgo en el proceso de aprendizaje. Por ello, se han obtenido aleatoriamente varias particiones del conjunto de datos mencionados (71% para entrenamiento y 29% para test). En este sentido se han utilizado 10 particiones para el conjunto de entrenamiento y de test con 75 y 30 ejemplos respectivamente.

Por último mencionar que se han utilizado dos etiquetas para todo el dominio de las variables lingüísticas.

4.2 RESULTADOS Y ANÁLISIS

Para cada una de las cinco particiones de los datos del problema eléctrico realizadas se ejecutan los modelos evolutivos seis veces, mientras que para el arroz se ejecutan 3 veces de modo que se llevan a cabo un total de 30 ejecuciones cuyos resultados medios se muestran en la Tabla 2 y 3, respectivamente. En el caso de los métodos con enfoque multiobjetivo (los cuatro últimos), las medias han sido obtenidas considerando la solución más precisa de cada pareto obtenido. Los algoritmos propuestos se han comparado con varios métodos guiados por un único objetivo.

Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 2 y 3, donde #R representa el número de reglas, ECM_{ent} y ECM_{prueba} el error medio en entrenamiento y prueba, σ la desviación típica y t-test los resultados de aplicar un test t-student (con 95% de confianza) al mejor resultado medio de la correspondiente columna comparado 1 a 1 con el resto de resultados medios. La interpretación de esta última columna es:

- * Indica el resultado con la mejor media.
- + Indica un comportamiento significativamente peor que el mejor.

Observando los resultados presentados en la Tabla 2 y 3 podemos destacar los siguientes hechos:

- Ambos modelos multiobjetivo, SPEA2 y NSGA-II, obtienen soluciones con mejor precisión tanto en entrenamiento como en prueba, además de una reducción importante en el número de reglas respecto a los modelos que consideran como único objetivo la precisión.
- Los modelos WM+S-C y COR+S-C, de un único objetivo basado en la precisión, tienen mayor número de reglas que los modelos multiobjetivo, pero su nivel de precisión alcanza también buen nivel.

Los resultados muestran que los AGMOs permiten seleccionar un subconjunto de reglas que cooperan mejorando a la vez en precisión. Esta idea ya se apunta en los resultados del modelo WM+S y COR+S, pero combinándolo con el aprendizaje del operador de conjunción en un modelo Multiobjetivo, se obtiene un sistema en el que existe cooperación entre la BR y el Sistema de Inferencia, con mejor equilibrio de precisión e interpretabilidad.

En la Figura 2 se muestra la formación del pareto durante la ejecución de cada algoritmo SPEA2 y NSGA-II, en el que puede apreciarse la frontera del pareto en cada generación.

Tabla 2: Resultados obtenidos por los métodos estudiados para el problema eléctrico

Modelo	#R	ECM _{ent}	σ_{ent}	t-test	ECM _{prueba}	σ_{prueba}	t-test
WM	65	56135,75	1321,42	+	56359,42	2375,47	+
COR	65	50710,80	1120,12	+	54584,76	2156,89	+
WM+S	40,9	41517,01	1012,66	+	44064,67	4174,48	+
WM+C	65	34362,32	512,78	+	37077,15	2164,00	+
WM+S-C	52,5	31196,26	954,09	+	54747,97	6386,45	+
COR+S	44,7	40763,48	1152,30	+	43228,38	3982,34	+
COR+C	65	31236,59	1581,95	+	34762,19	4449,19	+
COR+S-C	47,0	28530,80	1529,25	+	48836,66	5905,10	+
WM+SPEA2	39,7	30045,83	896,77	+	34021,08	4055,76	+
WM+NSGA-II	40,3	29588,02	983,88	+	33271,00	3502,89	+
COR+SPEA2	43,5	27582,24	1128,20	*	31700,19	2933,96	=
COR+NSGA-II	42,7	28200,27	1414,49	=	31242,74	2793,76	*

Tabla 3: Resultados obtenidos por los métodos estudiados para el problema arroz

Modelo	#R	ECM _{ent}	σ_{ent}	t-test	ECM _{prueba}	σ_{prueba}	t-test
WM	15	0,013284	0,003161	+	0,013119	0,004468	+
COR	15	0,007979	0,000984	+	0,008244	0,001103	+
WM+S	4,4	0,003672	0,000323	+	0,004630	0,000999	+
WM+C	15	0,002320	0,000321	+	0,001989	0,000352	=
WM+S-C	8,8	0,001752	0,000414	+	0,004268	0,003020	+
COR+S	5,4	0,003400	0,000231	+	0,004005	0,000733	+
COR+C	15	0,001578	0,000534	+	0,001957	0,000418	*
COR+S-C	11,0	0,001386	0,000212	=	0,003620	0,002109	+
WM+SPEA2	6,7	0,001578	0,000282	+	0,002408	0,001214	+
WM+NSGA-II	6,5	0,001608	0,000305	+	0,002381	0,001182	+
COR+SPEA2	9,5	0,001312	0,000184	*	0,002092	0,000464	=
COR+NSGA-II	9,2	0,001348	0,000175	=	0,002118	0,000354	=

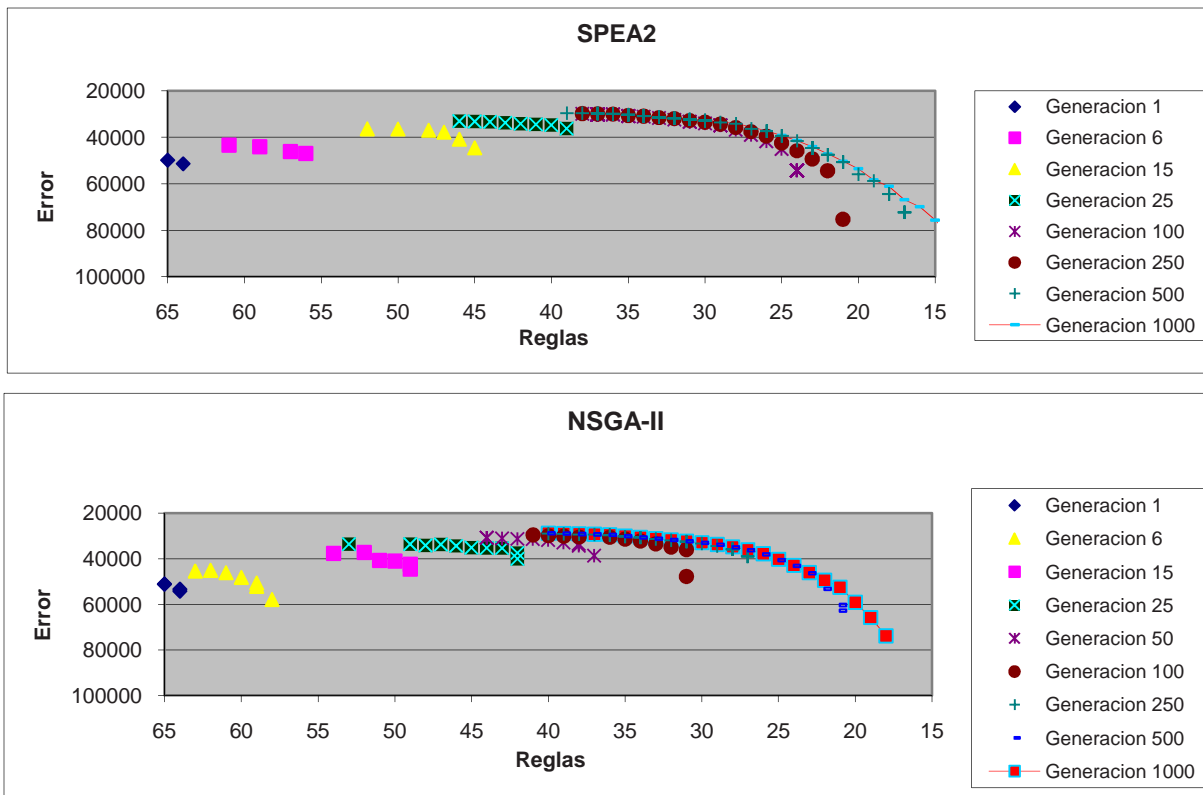


Figura 2: Frentes del pareto del SPEA2 y del NSGA-II para el problema eléctrico.

5 CONCLUSIONES

Los modelos difusos lingüísticos en los que la cooperación entre la BR y el Sistema de Inferencia son optimizados mediante algoritmos evolutivos con el doble objetivo de la precisión y la interpretabilidad en base al número de reglas constituyen una política de diseño útil ya que los resultados del estudio experimental han mostrado que además de ofrecer un conjunto de soluciones con diferente equilibrio entre las citadas características, ofrecen modelos más compactos y precisos que aquellos que utilizan como único objetivo simplemente la precisión.

No obstante, observando las Figuras 1 y 2, consideramos ampliar el estudio tratando de centrar el algoritmo evolutivo multiobjetivo en la zona central de la frontera del pareto, ya que los casos con gran cantidad de reglas y gran precisión, o pequeño número de reglas y escasa precisión son ambos menos interesantes. Centrar y reducir el espacio de búsqueda consideramos que mejoraría los resultados ya que concentraría el esfuerzo de la búsqueda en la zona de soluciones de más interés.

Agradecimientos

Este trabajo está soportado por el proyecto TIN2005-08386-C05-01 del Ministerio de Educación y Ciencia y los proyectos P05-TIC-00531 y P07-TIC-03179 de la Consejería de Innovación Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía.

Referencias

- [1] J. Alcalá-Fdez, F. Herrera, F. Márquez, A. Peregrín. Increasing Fuzzy Rules Cooperation Based On Evolutionary Adaptive Inference Systems. *International Journal of Intelligent Systems* 22:9, Pág. 1035-1064, 2007
- [2] J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera. COR: A methodology to improve ad hoc data-driven linguistic rule learning methods by inducing cooperation among rules. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics —Part B: Cybernetics*, 32:4, Pág. 526–537, 2002
- [3] J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera, L. Magdalena(Eds). Accuracy improvements in linguistic fuzzy modeling. *Springer-Verlag*, 2003.
- [4] J. Casillas, O. Cordón, M.J. del Jesus, F. Herrera. Genetic tuning of fuzzy rule deep structures preserving interpretability and its interaction with fuzzy rule set reduction. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* 13:1, Pág.13-29, 2005.
- [5] C.A. Coello Coello, D.A. Van Veldhuizen, G.B. Lamont. Evolutionary algorithms for solving

- multi-objective problems. *Kluwer Academic Publishers*, 2002.
- [6] O. Cordón, F. Herrera, L. Sánchez. Solving electrical distribution problems using hybrid evolutionary data analysis techniques. *Applied Intelligence* 10, Pág.5-24, 1999.
- [7] J.S. Cho, D.J. Park. Novel fuzzy logic control based on weighting of partially inconsistent rules using neural network. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 8, Pág. 99-100, 2000.
- [8] O. Cordón, F. Herrera, A. Peregrín. Applicability of the Fuzzy Operators in the Design of Fuzzy Logic Controllers. *Fuzzy Sets and Systems*. 86, Pág. 15-41, 1997.
- [9] O. Cordón, F. Herrera, A. Peregrín. Searching for Basic Properties Obtaining Robust Implication Operators in Fuzzy Control. *Fuzzy Sets and Systems*, 111, Pág. 237-251, 2000.
- [10] O. Cordón, F. Herrera, F. Márquez, A. Peregrín. A Study on the Evolutionary Adaptive Defuzzification Methods in Fuzzy Modelling. *Internacional Journal of Hybrid Intelligent Systems*, 1:1, Pág. 36-48, 2004.
- [11] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation* 6:2, Pág.182-197, 2002.
- [12] L.J. Eshelman. The CHC adaptive search algorithm: How to have safe search when engaging in nontraditional genetic recombination. *Foundations of genetic Algorithms* 1, Pág. 265-283, 1991.
- [13] L.J. Eshelman, J.D. Schaffer. Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. *Foundations of Genetic Algorithms* 2, Pág.187-202, 1993.
- [14] M. Gupta, J. Qi. Theory of T-norms and Fuzzy Inference Methods. *Fuzzy Sets and Systems*, 40, Pág. 431-450, 1991.
- [15] F. Herrera, F. Márquez, A. Peregrín. Genetic Adaptation of Rule Connectives and Conjunction Operators in Fuzzy Rule Based System: An Experimental Comparative. *Third International Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology Study*. Pág. 100-104, 2003
- [16] F. Herrera, F. Márquez, A. Peregrín. Cooperación de Reglas Difusas basada en la Adaptación Evolutiva de los Operadores de Conjunción y los Defuzzificadores. *Coms. del XII Congr. Español sobre Tecnologías y Lógica Fuzzy*. Pág. 231-236, 2004.
- [17] H. Ishibuchi, K. Nozaki, H. Tanaka, Y. Hosaka, M. Matsuda. Empirical study on learning in fuzzy systems by rice taste analysis. *Fuzzy Sets Syst.*, 64, Pág. 129–144, 1994.
- [18] B.D. Liu, C.Y. Chen C-Y., J.Y. Tsao. Design of adaptive fuzzy logic controller based on linguistic-hedge concepts and genetic algorithms. *IEEE*

- Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 31, nº 1, Pág. 32-53, 2001.
- [19] F.A. Márquez, A. Peregrín y F. Herrera Cooperative Evolutionary Learning of Fuzzy Rules and Parametric Aggregation Connectors for Mamdani Linguistic Fuzzy Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 15:6 Pág. 1162-1178, 2007.
- [20] M. Mizumoto. Pictorial Representations of Fuzzy Connectives, Part I: Cases of T-norms, T-conorms and Averaging Operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 31, Pág. 217-242, 1989.
- [21] L.X. Wang, J.M. Mendel. Generating fuzzy rules by learning from examples. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics* 22:6, Pág.1414-1427, 1992.
- [22] E. Zitzler, M. Laumanns, L. Thiele. SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization. *Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems* (EUROGEN'01), Pág.95-100, 2001.